TITLE:

ある2次元写像について(低次元カオスI,カオスとその周辺,研究会報告)

AUTHOR(S):

荻野, 敏朗; 原田, 等; 大石, 進一

CITATION:

荻野, 敏朗 ...[et al]. ある2次元写像について(低次元カオスI,カオスとその周辺,研究会報告). 物性研究 1986, 46(2): 163-164

ISSUE DATE:

1986-05-20

URL:

http://hdl.handle.net/2433/92027

RIGHT:

京都大学学術情報リポジトリ KURENAI 紅

Kyoto University Research Information Repository

ある2次元写像について

早大・理工　荻野敏朗，原田　等，大石進一

光双安定系の素子のモデルとしてのリング型共振器において，次の微分差分方程式が導かれることが知られている。[1)]

$$r^{-1}\frac{\mathrm{d}X(t)}{\mathrm{d}t}=-X(t)+A\{1+2B\cos[X(t-t_R)]\} \tag{1}$$

(1)式より

$$X_{n+1}=(1-C)X_n+AC(1+2B\cos X_{n-1}) \tag{2}$$

ここで $C=r\Delta t$，$\Delta t=t_R$ なる差分方程式が得られる。この写像の様子を図1に示す。

さらに各パラメータ A と C の値における安定領域と不安定領域を図2に示す。(2)式で $C\to 1$ とすると差分性，$C\to 0$ とすると微分性が強くなるが，図2より差分性が強くなると（$C\to 1$）小さい A の値に対しても不安定化が起きやすくなることがわかる。

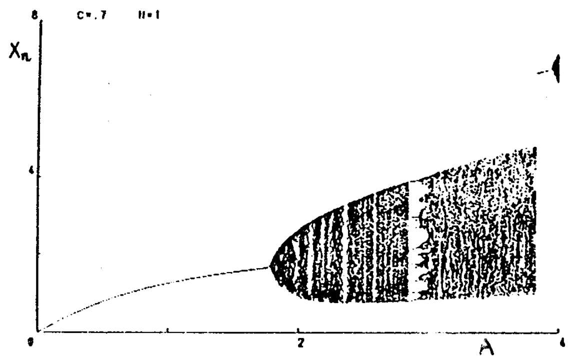

図1　一次元写像（$C=0.7$）

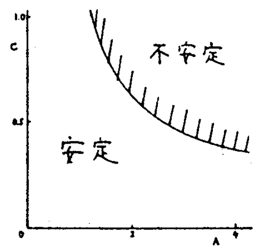

図2　安定領域と不安定領域

(2)式より二次元写像を構成した。

$$\begin{cases} X_{n+1}=(1-C)X_n+AC(1+2B\cos Y_n) \\ Y_{n+1}=X_n \end{cases} \tag{3}$$

この写像において A と C をいろいろ変化させて二次元写像を解析した結果，図3〜図6に示すような分岐現象が得られた。1個の安定な不動点（図3）が Hopf 分岐し（図4），やがて13個の周期点が現れる。（図5）さらに再度これらの周期点が Hofp 分岐し（図

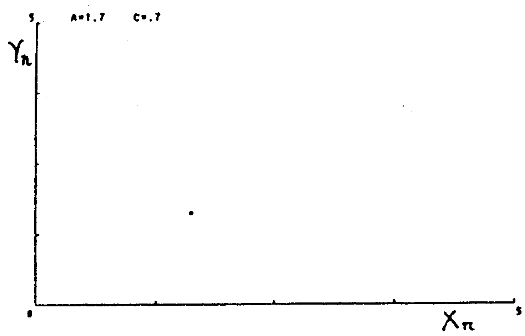

図3　二次元写像（$A=1.7$）

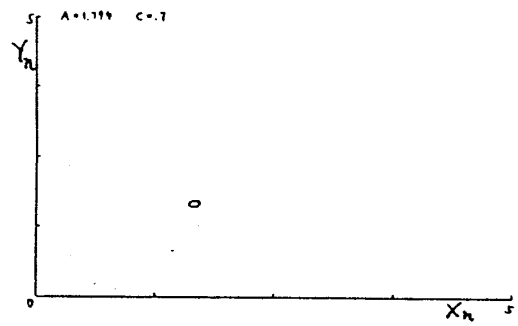

図4　二次元写像（$A = 1.794$）

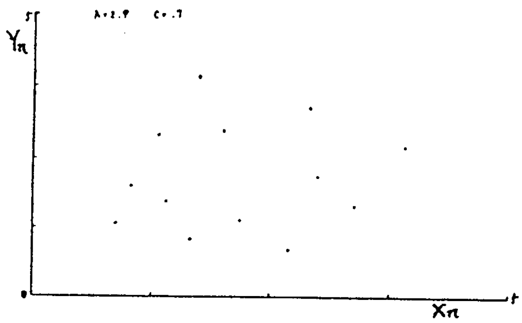

図5　二次元写像（$A = 2.9$）

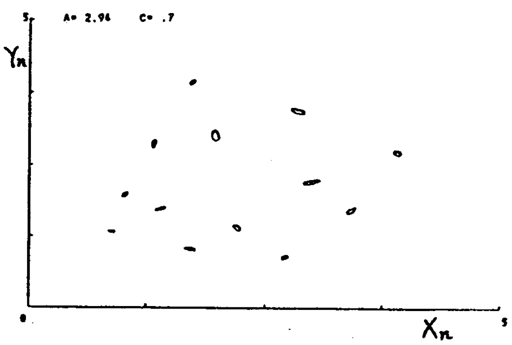

図6　二次元写像（$A = 2.94$）

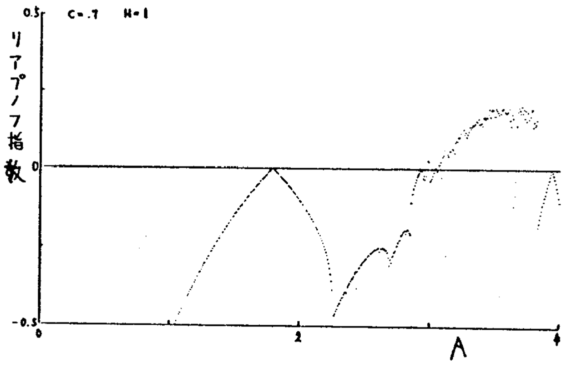

図7　リアプノフ指数（$C = 0.7$）

6)，複雑なアトラクタへと移行する。このアトラクタは Kaneko によっても観測されている[2]。この複雑なアトラクタがカオスであるかどうかを確認するためにリアプノフ指数を計算した。（図7 ）

以上のカオスへの転移の仕方は理論的に Ruelle–Takens–Newhouse らによって提唱されていたもの[3]とひじょうによく類似している。

参考文献

1) K. Ikeda, H. Daido and O. Akimoto: "Optical Turbulence: Chaotic Behavior of Transmitted Light from a Ring Cavity," Phys. Rev. Lett., **45**, pp. 709–712, (1980).

2) K. Kaneko: "Oscillation and Doubling of Torus," Prog. Theor. Phys., 72, pp. 202–215, (1984).

3) S. Newhouse, D. Ruelle and F. Takens: "Occurence of Strange Axiom A Attractors Near Quasi Periodic Flows on T^m, $m \geqq 3$," Commun. Math. Phys., **64**, pp. 35–40 (1978).